Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Теория оптимального управления»

1. Выберите один правильный ответ
Что такое функция Лагранжа в задачах оптимального управления?
А) Функция, описывающая зависимость управления от времени.
Б) Функция, описывающая зависимость состояния от времени.
В) Функция, являющаяся разностью интеграла Лагранжа и произведения сопряженных переменных на производные состояний.
Г) Функция, описывающая зависимость гамильтониана от времени.
Правильный ответ: В
Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

2. Выберите один правильный ответ
Что такое принцип максимума Понтрягина для задач оптимального управления?
А) Производная Гамильтона по времени равна нулю.
Б) Интеграл Гамильтона равен константе.
В) Сопряженные переменные, умноженные на производные состояний равны производным от функции Лагранжа по соответствующим состояниям
Г) Производная функции Лагранжа по времени равна нулю.
Правильный ответ: В
Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

3. Выберите один правильный ответ
Что такое «управление с обратной связью» в теории оптимального управления?
А) Управление, основанное на случайных событиях.
Б) Управление, зависящее от предыдущих решений.
В) Управление, опирающееся на прогнозы.
Г) Управление, которое корректируется на основе текущего состояния системы.
Правильный ответ: Г
Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

4. Выберите один правильный ответ
Что такое «уравнение состояния» в контексте теории оптимального управления?
А) Уравнение, описывающее изменение функционала качества.
Б) Уравнение, связанное с ограничениями задачи.
В) Уравнение, которое описывает эволюцию переменных системы во времени.
Г) Уравнение, определяющее количество переменных в задаче.

Правильный ответ: В
Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

5. Выберите один правильный ответ
Что такое «граничное условие» в задачах оптимального управления?
А) Условие на границе области оптимизации.
Б) Условие, определяющее граничные значения переменных.
В) Условие максимального значения функционала качества
Г) Условие, которое определяет начальное или конечное состояние моделируемой системы.
Правильный ответ: Г
Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

6. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Задан класс функций $L=\{x_1(t),x_2(t)\}$, на котором определен функционал $J[x(t)]$. Найти значения функционала на кривых $\{x_1(t),x_2(t)\}$, образующих этот класс.

	Класс функций $L=\{x_1(t),x_2(t)\}$; Функционал $J[x(t)]$		Значения функционала $\{J_1=J[x_1(t)];\ J_2=J[x_2(t)]\}$
1)	$L=\{x_1(t)=t;\ x_2(t)=1-(t-1)^2\}$ $J[x(t)]=\int_0^1 x(t)\,dt$	А)	$\left\{J_1=\frac{1}{4};\ J_2=\frac{1}{7}\right\}$
2)	$L=\left\{x_1(t)=1-\sqrt{1-t^2};\quad x_2(t)=t\right\}$ $J[x(t)]=\int_0^1\sqrt{1+\left[x'(t)\right]^2}\,dt$	Б)	$\left\{J_1=\frac{1}{5};\ J_2=\frac{8}{15}\right\}$
3)	$L=\{x_1(t)=t;\ x_2(t)=t^2\}$ $J[x(t)]=\int_0^1 x^3(t)\,dt$	В)	$\left\{J_1=\frac{1}{2};\ J_2=\frac{2}{3}.\right\}$
4)	$L=\{x_1(t)=t^2;\ x_2(t)=-t(t-2)\}$ $J[x(t)]=\int_0^1 x^2(t)\,dt$	Г)	$\left\{J_1=\frac{\pi}{2};\ J_2=\sqrt{2}\right\}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Г	А	Б

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

7. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Найти экстремаль функционала $J[x(t)]$, удовлетворяющую граничным условиям $\{x(t_0)=x_0;\ x(t_1)=x_1\}$ и вычислить её значение при $t=t_2$.

	Функционал $J[x(t)]$; Граничные условия: $\{x(t_0)=x_0;\ x(t_1)=x_1\}$		Искомое значение экстремали функционала
1)	$J[x(t)]=\int_0^{\pi/18}[x'^2(t)-37x(t)x'(t)-81x^2(t)]dt$ $x(0)=0;\ \ x\left(\frac{\pi}{18}\right)=1$	А)	$x^*(t)=\frac{t}{2}-\frac{t^2}{4}$
2)	$J[x(t)]=\int_1^3\sqrt{1+x'^2(t)}\,dt$ $x(1)=2;\quad x(3)=0$	Б)	$x^*(t)=\sin 9t$.
3)	$J[x(t)]=\int_0^2[x'^4(t)+x'^3(t)]dt$ $x(0)=0;\ x(2)=4$	В)	$x^*(t)=-t+3$
4)	$J[x(t)]=\int_0^2[x'^2(t)+t\,x'(t)]dt$ $x(0)=0;\ x(2)=0$	Г)	$x^*(t)=2t$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	В	Г	А

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

8. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Контрольный вопрос		Ответ
1)	Какой критерий являются необходимым условием для экстремума в задачах оптимального управления	А)	Метод банаховского пространства

2)	Что представляет собой функция Гамильтона в задачах оптимального управления?	Б)	Гамильтониан достигает максимума на допустимом множестве управлений
3)	Какой метод решения задач оптимального управления основан на принципе максимума Понтрягина и вводит понятие функции переключения?	В)	Условие невырожденности матрицы управлений
4)	Какое из утверждений является определением принципа максимума Понтрягина?	Г)	Сумма произведений сопряженных переменных на производные состояний.

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	А	Б	В

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

9. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Контрольный вопрос		Ответ
1)	Какой метод используется для решения задачи оптимального управления при наличии ограничений?	А)	Метод Беллмана
2)	Какой метод решения задач оптимального управления основан на применении уравнений состояния?	Б)	Метод динамического программирования
3)	Какой из методов применяется для решения задачи динамического программирования в теории оптимального управления?	В)	Метод множителей Лагранжа.
4)	Какой метод решения задач оптимального управления основан на декомпозиции задачи на последовательность подзадач?	Г)	Метод принципа максимума Понтрягина

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Г	А	Б

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

10. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Контрольный вопрос		Ответ
1)	Что представляет собой функционал в теории оптимального управления?	А)	Интеграл, зависящий от траектории и управления.
2)	Какое условие оптимальности формулирует принцип максимума Понтрягина?	Б)	Уравнение сопряженных переменных
3)	Какое условие оптимальности вытекает из условия трансверсальности в задачах оптимального управления	В)	Условие равенства сопряженных переменных на конечной горизонтали
4)	Какое условие является частью принципа максимума Понтрягина и описывает изменение сопряженных переменных?	Г)	Уравнение сопряженных переменных

Правильный ответ:

1	2	3	4
А	Б	В	Г

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

11. Укажите правильную последовательность реализации этапов алгоритма синтеза оптимального управления с полной обратной связью.

А) Для заданной задачи оптимального управления сформировать уравнение Беллмана с соответствующими граничными условиями.

Б) Подставить полученное управление $u*(t,x)$ в уравнение Беллмана путём решения нелинейного дифференциального уравнения с частными производными первого порядка.

В) В результате поиска максимума в уравнении Беллмана по управлению, найти структуру оптимального управления с полной обратной связью, получить управление $u*(t,x)$ и выразить его через производные функции $\varphi(t,x)$.

Г) Найти решение этого нелинейного дифференциального уравнения и получить искомое оптимальное управление.

Правильный ответ: А, В, Б, Г

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

12. Укажите правильную последовательность реализации этапов алгоритма поиска экстремали заданного функционала $J\left|y\right| = \int\limits_{x_0}^{x_1} F\left(x, y, y'\right)dx$ и известных краевых условий $\left\{y\left(x_0\right) = y_0;\ y\left(x_1\right) = y_1\right\}$.

А) Находим общее решение сформированного уравнения Эйлера, которое является дифференциальным уравнением второго порядка.

Б) Используя граничные условия, получаем систему

$$\begin{cases} y(x_0, C_1, C_2) = y_0 \\ y(x_1, C_1, C_2) = y_1 \end{cases}$$

для определения постоянных интегрирования и вычисляем их.

В) Подставляем найденные в предыдущем пункте значения констант $\left\{C_1^*;\ C_2^*\right\}$ в общее решение и получаем искомое уравнение экстремали функционала

$$y^*\left(x\right) = y\left(x, C_1^*,\ C_2^*\right)$$

Г) Для данного функционала $J\left|y\right|$ вычисляем производные

$$\frac{\partial}{\partial y}F\left(x, y, y'\right);\quad \frac{\partial}{\partial y'}F\left(x, y, y'\right);\quad \frac{d}{dx}\frac{\partial}{\partial y'}F\left(x, y, y'\right)$$

и формируем уравнение Эйлера

$$\frac{d}{dx}\frac{\partial}{\partial y'}F\left(x, y, y'\right) - \frac{\partial}{\partial y}F\left(x, y, y'\right) = 0$$

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

13. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ это математическое понятие, которое используется в вариационном исчислении для обозначения переменной величины, заданной на множестве функций, то есть зависящей от выбора одной или нескольких функций.

Правильный ответ: Функционал

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

14. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ это решение уравнения Эйлера, которое является необходимым условием экстремума в задаче вариационного исчисления.

Правильный ответ: Экстремаль

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

15. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ это раздел математики, посвященный исследованию методов отыскания экстремумов функционалов, зависящих от выбора одной или нескольких функций при разного рода ограничениях.

Правильный ответ: Вариационное исчисление

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

16. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ это управление, которое переводит объект из одного состояния в другое таким образом, чтобы функционал принимал минимальное значение.

Правильный ответ: Оптимальное управление

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

17. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ гласит, что на каждом этапе принимается такое решение, которое обеспечивает оптимальность с данного этапа до конца процесса, то есть на каждом этапе необходимо принимать решение, просматривая его последствия до самого конца процесса.

Правильный ответ: Принцип оптимальности Беллмана

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

18. Найти экстремаль функционала $J[x(t)] = \int_0^1 [x^2(t) + x'^2(t)]\,dt$, удовлетворяющую граничным условиям $x(0) = 0$, $x(1) = 1$.

Правильный ответ: $x^*(t) = \frac{e}{e^2 - 1} e^t + \frac{e}{1 - e^2} e^{-t}$

Компетенции: УК-1, ОПК-4, ПК-1

Экспертное заключение

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Теория оптимального управления» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии
института компьютерных систем и
информационных технологий Ветрова Н. Н.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплектом оценочных материалов	протокол заседания кафедры прикладной математики № 8 от 24.02.2025	В.В. Малый